S-RAS 法及其在投入产出表部门拆分中的应用

刘新建[*]，杨茜[*]，宋中炜

（燕山大学经济管理学院，河北 秦皇岛 066004）

摘要：RAS 法是编制和修订投入产出表最重要的技术之一。文章在基本 RAS 法和已有改进 RAS 法基础上，提出了 S-RAS 法及其操作步骤。S-RAS 法包括矩阵预处理、适用性调整、利用基本 RAS 法获得目标矩阵、新表形成四大步骤。S-RAS 法将 RAS 法从仅更新中间流量矩阵扩展到整个投入产出表，其中的适用性调整步骤完善了 RAS 法应用中对隐含条件的必要处理工作。S-RAS 法是在完成部门拆分任务的课题过程中提出的，因此，文章用两个部门拆分例子展示了 S-RAS 法的可应用性。

关键词：投入产出；RAS 法；S-RAS 法；部门拆分

S-RAS method and its application in the sector division of input-output table

Liu Xinjian，Yang Qian，Song Zhongwei

(School of Economics and Management，Yanshan University,Qinhuangdao 066004,China)

Abstract RAS method is one of the most important techniques for compiling and revising input-output tables. Based on the basic RAS method and the improved RAS method, this paper puts forward the S-RAS method. S-RAS method includes four steps: matrix preprocessing, applicability adjustment of matrix to RAS method, obtaining revised matrix by using basic RAS method, and forming new table. It extends the application of RAS method in updating the intermediate flow matrix in the input-output table to the whole input-output table. The step of the applicability adjustment of matrix to RAS method supplements the necessary treatment of implicit conditions in the application of RAS method. The S-RAS method is proposed in the process of completing the task of division. Therefore, this paper uses two examples of division to demonstrate the applicability of the S-RAS method.

Key words input-output; RAS method; S-RAS method; sector splitting

---

作者简介：刘新建（1963-），男，山西稷山人，中国科学院系统科学研究所管理工程博士，燕山大学经济管理学院教授，研究方向：投入产出分析，E-mail: lxj6309@126.com；通讯作者：杨茜（1995-），女，河北辛集人，燕山大学经济管理学院研究生，研究方向:投入产出分析,联系方式:17743771695, E-mail: 784355748@qq.com；宋中炜（1994-），男，河北邯郸人，燕山大学经济管理学院研究生，研究方向投入产出分析，E-mail:1942673482@qq.com.

基金项目：本文系国家统计局 2017 投入产出研究课题《最终使用的结构变化对经济发展影响研究》研究成果之一。

1 引言

投入产出表是投入产出技术应用于实际经济分析的基础，但编制一张上百个部门的投入产出表人力物力财力投入很大，因此不能形成连续年份序列表，目前出现的连续年份序列表都是在基本表的基础上利用有限常规统计数据延伸而成。在各种延伸表的编制中，RAS 法是其中最重要的一项技术。我国每 5 年编制一次专项调查表，期间依据常规统计资料和有限调查编制一次延长表。RAS 法也是延长表编制的基本技术。

RAS 法又名双比例尺度法，是矩阵变换技术中缩放算法的一种。在 20 世纪 30 年代就提出了双比例矩阵调整技术，也称为“迭代比例拟合”或“耙”[1]。斯通在 1960 年将 RAS 法引入投入产出技术中[2]，作为编制投入产出表的辅助技术得到广泛应用。RAS 法能把未知数为 n^2 个的问题降低为未知数为 $2n$ 个的问题。20 世纪 90 年代以来，有学者分别从工具变量回归和优化模型的角度论证了其合理性[3,4]。

由于 RAS 法依据的数据信息非常有限，其准确性必然受到很大限制，所以，人们后来不断在增加新信息条件下提出改进的 RAS 法。首先是利用保零性质提出了改进 RAS 法[5]，其次是充分利用已知子矩阵元素之和信息的 TRAS 法[6]。针对矩阵元素出现负值的情况，Oosterhaven (2005)[7]提出了 GRAS（广义 RAS）法，主要应用于社会核算矩阵（SAM）的更新。在 GRAS 基础上还提出了一些改进算法，陈荣虎[8]改进了 GRAS 法的目标函数，并用自适应搜索的方法来寻找其最优解，提出了 AGRAS 法。Temursho 和 Oosterhaven[9]提出了将 GRAS 技术扩展应用到多区域或跨国环境的 MA-RAS 法。针对外部信息冲突或者限制不一致的情况，Lenzen 等[10]提出了能够平衡投入产出表和社会核算矩阵的 KRAS 法。针对两个矩阵需要共同平衡预测的情况，周南南和李宝瑜[11]提出了 DRAS 法，可用于资金流量矩阵延长表的估计。Holý和Šafr[12]将年度国家表分解为更详细的表，如区域、季度和国内、进口表，为确保分类表和总表相关总和的一致性，提出了多维 RAS 法等等。一些学者在实际问题中检验发现，RAS 法或修订 RAS 法具有较好的估计效果[13,14]，这是 RAS 法及其修订算法在投入产出表更新中得到广泛应用的原因。

在一个国家投入产出表的编制历史中，随着统计制度和统计技术的不断发展，部门分类准则常有变化。在应用统计部门编制的我国历史投入产出表时发现，部门划分逐渐精细，因此，为了获得一致性部门分类，就出现需要将过去的粗部门拆分为更细部门的任务。在解决问题的过程中，我们发现了传统 RAS 法应用中的一些细节问题及其可拓展性，于是提出了 S-RAS 法，即系统 RAS 法，并将之用于部门拆分问题。文章首先阐述 RAS 法及改进 RAS 法算法原理与应用步骤，在此基础上阐述 S-RAS 法，并将其应用于中国 1992 年投入产出表邮政电信部门拆分和 2018 年投入产出表纺织业部门拆分问题。

2 RAS 法及其改进的模型原理与步骤

基本 RAS 法是各种改进 RAS 法的基础，其算法是各种改进 RAS 法算法的主轴线。本节介绍基本 RAS 法的原理、隐含条件、数学性质，基本算法步骤以及改进 RAS 法的具体流程。这里特别明确了 RAS 法应用的两个隐含条件。

2.1 基本 RAS 法的原理及基本步骤

RAS 法的基础数据是某个作为出发点的基准投入产出表的中间流量矩阵，以及目标投

入产出表中间流量矩阵的行和向量与列和向量；或者是对应基准表的直接消耗系数矩阵、目标投入产出表的最终使用矩阵、最初投入矩阵及总产出向量。

（1）基本 RAS 法原理[4,15]

设已知基准表的中间流量矩阵 $\overline{X}$，目标表的行和列向量 U 、列和行向量 V 。如果存在向量 R 和 S，使得

$$\begin{cases} \hat{R}\overline{X}\hat{S}e = U \\ e\hat{R}\overline{X}\hat{S} = V \end{cases} \tag{1}$$

成立，则把 $X = \hat{R}\overline{X}\hat{S}$ 作为目标表的中间流量矩阵。其中 e 表示所有元素均为 1 的向量，称为求和向量，其行列属性及维度随被求和的向量而定；向量符号上加“^”表示以其元素为主对角元素对应的对角矩阵。如果 $\overline{X}$ 未知，而已知基准表投入系数矩阵 $\overline{A}$ 和目标表总产出 Q，则令 $X^0 = \overline{A}\hat{Q}$，在式（1）中用 X^0 取代 $\overline{X}$。于是，新表与基准表的投入系数矩阵有关系： $A = \hat{R}\overline{A}\hat{S}$ 。

模型有两个隐含条件：

条件 1： $eU = Ve$，即“行和”列向量 U 所有元素的和与“列和”行向量 V 所有元素的和相等，否则迭代无法收敛。这个条件称为平衡性要求。

条件 2： 由于计算行（列）乘数时，0 不能为分母，所以目标表行和（列和）各元素不能为 0，并且基准表各行（列）元素数值不能均为 0，否则迭代无法顺利进行，称之为非零要求。

RAS 法具有如下重要的数学性质：

性质 1： 在数学上，方程组式（1）的解不唯一。若 (R,S) 是一个解，则给定实数 $\alpha \neq 0$，$(R\alpha, S/\alpha)$ 仍然是解。但是， $\hat{R}\overline{X}\hat{S}$ 是唯一的，即 RAS 法对中间流量矩阵的解是唯一的。

性质 2： 基准表中为 0 的中间流量单元或直接消耗系数，更新后目标表中仍为 0。这一性质被称为 RAS 法的保零性，是改进 RAS 法关键步骤的原理依据。

（2）基本 RAS 法的算法步骤

RAS 法的实质就是求解方程式（1），这是一个非线性方程组，没有解析解，所以在实践中用迭代法求解。

设经过了 k 步迭代，得到矩阵 X^k，该矩阵使得 $eX^k = V$ 成立。令 δ 为一个尽可能小的实数，反映所希望达到的精度。于是，RAS 法的求解步骤如下：

步骤 1： 令 $R^k = \hat{U}^{-1}X^k e$，若 $\left\|R^k - e\right\|_F \leq \delta$（$\|\cdot\|_F$称为矩阵的 Frobenius 范数），则停止迭代，令 $X = X^k$，否则，执行下一步；

步骤 2： 令 $X^{k+1}=\hat{R}^{k}X^{k}$；

步骤 3： 计算 $S^{k+1}=eX^{k+1}\hat{V}^{-1}$，若 $\left\|S^{k+1}-e\right\|_{F}\leq\delta$，则停止迭代，令 $X=X^{k+1}$，否则，执行下一步；

步骤 4： 令 $X^{k}=X^{k+1}\hat{S}^{k+1}$，重复步骤 1~步骤 3。

2.2 改进 RAS 法

改进 RAS 法的数据基础是，除了基本 RAS 法的基础数据外，目标表中间流量矩阵中部分单元的数值也有比较可靠的信息，因此，在 RAS 法中不需要对这些单元的数进行调整。基于此，改进 RAS 法利用基本 RAS 法的保零性质，将已知数据的单元格值设置为零，并从相应的行和与列和中减去已知单元格的值，之后执行基本 RAS 法，并在最后将已知值放回其位置即可获得目标表[5]。

3 S-RAS 法及在投入产出表修订应用中的一般步骤

S-RAS 法是基本 RAS 法的一般化拓展，从中间流量矩阵拓展到整体投入产出表。本节首先给出 S-RAS 法的一般操作步骤，然后给出用于部门拆分问题的特殊处理。

3.1 S-RAS 法原理

作为双比例矩阵调整技术，RAS 法的基本应用条件是一个基准矩阵，一个已知行和与列和的未知目标矩阵。基本 RAS 法是已知一个中间流量矩阵，以此作为基准矩阵；对于待估计的目标中间流量矩阵，已知其中间使用合计列和中间投入合计行。如果将目前空白的第四象限用 0 补齐，那么，新形成的投入产出表构成一个完整的矩阵，易知，其同样可以用 RAS 法进行矩阵元素更新。

对于以全投入产出表构成的矩阵（以下简称全表矩阵），设原生产部门数是 n，如果已知最终使用列 Y 和最初投入行 Z，那么，可以让全表矩阵为 n+1 阶，于是，可以让第 n+1 行和第 n+1 列为 0，再从总产出列中减去 Y、从总投入行中减去 Z，于是得到新的全表矩阵，然后用基本 RAS 法进行目标表估计。当然这种情况可以直接对中间流量矩阵应用基本 RAS 法。

如果已知目标表中的某些元素或某些元素的和（这些元素可以是第二和第三象限的），那么，可以使用改进 RAS 法进行目标表估计。

本文将以上对于全表矩阵的 RAS 法再加上考虑一些隐含条件的处理形成的投入产出表更新法称为 S-RAS 法，意谓更具系统性的投入产出表更新 RAS 法。

3.2 S-RAS 法的一般操作步骤

应用 S-RAS 法的前提条件是已知一个全表基准矩阵、一个全表目标矩阵的“行和”列及“列和”行。如果对全表目标矩阵的元素没有任何约束信息，那么，对标准投入产出表来说，“行和”列及“列和”行的元素都等于总产出列的对应元素。如果已知某些元素或其它约束信息，那么就需要做些矩阵预处理，这样，“行和”列及“列和”行的对应元素就会不同。

步骤 1：矩阵预处理

在 S-RAS 法对投入产出表更新的应用中，有三个表概念需要界定。首先是基础表，是已知全部表中数据的投入产出表；其次是目标表，是希望获得的投入产出表；再次是基准表，是对基础表进行规范化处理后的投入产出表。应用基本 RAS 法时，基准表、基础表应与目标表具有相同的结构，为此需要对基准表和基础表进行一些必要的预处理。

步骤 1.1：建立协同一致的基础表、基准表和目标表结构。作为出发点的基础投入产出表的部门数和部门排列与目标表可能不一致，为了便于程序化处理数据，应通过调整使得二者保持基本的一致性。基准表与目标表在部门数、部门排列顺序、最终使用项目排列、最初投入项目排列等方面应具有完全一致的结构。对应调整的结构要求通常是由研究分析任务决定的。

步骤 1.2：定义基准矩阵。所谓基准矩阵就将基准表的第四象限用 0 补齐，形成一个全表矩阵，称之为基准矩阵。记作

$$X0=\begin{pmatrix} z & f \\ p & 0 \end{pmatrix}$$

其中 z 为原中间流量矩阵、 f 为原最终使用矩阵、 p 为原最初投入矩阵。

步骤 1.3：确定目标矩阵的行和 $U1$ 与列和 $V1$ 。目标矩阵为从基准矩阵出发经过更新后的矩阵，即是新的投入产出表的全表矩阵。如果已确知目标表中某些元素，应当对 $U1$ 与列和 $V1$ 进行对应的处理。

步骤 2：矩阵 RAS 法适用性调整

根据基本 RAS 法的数学原理以及算法隐含要求，为了满足迭代的可行性以及提高准确性，需要进一步对基准矩阵和目标矩阵行和、列和进行处理。

步骤 2.1：RAS 法保零性引起的系统误差处理。由于 RAS 法的保零性，当基准矩阵某行（列）元素均为零，但目标矩阵中对应行和（列和）不为零时，为了保持基础表原有的平衡性，需要对基准矩阵进行适当处理，避免目标矩阵相应元素也为 0。

步骤 2.2：满足 RAS 法非零要求的处理。根据 RAS 法的非零要求，一方面对目标矩阵行和 $U1$ 及列和 $V1$ 中 0 元素所在单元格进行赋值；另一方面当基准矩阵某行（列）元素均为零时，对此行（列）的相关单元格进行赋值，为减小误差，赋值均要足够小。

步骤 3：利用基本 RAS 法获得修订矩阵。

基于经过适用性调整后的基准矩阵 $X0$ 、目标矩阵行和 $U1$ 、列和 $V1$ ，实施基本 RAS 法，得到目标矩阵。

步骤 4：新表形成。

将目标矩阵嵌入到目标表框架中，并合理处理数据的有效位数（对有相当规模经济体，通常取整或一位小数），最后根据经济意义合理性对不合理的数据进行调整，就得到完整的目标投入产出表。

3.3 S-RAS 法用于部门拆分的特殊处理

在拆分部门的投入产出表更新任务中，实际有两个基础表，即两个具有完全数据的投入产出表：第一个是待拆分部门未拆分前的表，包含了拆分约束；第二个是将作为参照基准的投入产出表，即划分好细分部门的其他年份或其他相似经济的表；基准表是基础表经过规范处理后的表；目标表是拆分好部门且完成数据填充的表，但在开始 RAS 法实施前除已知数

据外大多数数据未知。对于部门拆分任务，第一个基础表和目标表是同一经济和同一年度，绝大部分部门和数据是相同的，从粗部门拆分成细部门也存在一些总和约束，因此，在应用 S-RAS 法时有一些特殊处理。

（1）调整基础表和基准表部门排列顺序使得二者除待处理的特定部门外与目标表结构一致（包括最终使用和最初投入），且待处理的特定部门相邻。在处理过程中，可能需要做一些必要的部门合并和数据调整。设部门待拆分的基础表结构如表 1 所示，目标表为将基础表部门 a 拆分为细分部门 i 与部门 j 。

表 1 部门待拆分的基础表结构

Table 1. Input-output table structure without split sectors

		中间使用			最终使用		总产出
		部门 1	待拆部门 a	部门 n	项目 1	项目 t	
中间投入	部门 1	Z_{11}	Z_{1a}	Z_{1n}	F_{11}	F_{1t}	Q_1
	待拆部门 a	Z_{a1}	Z_{aa}	Z_{an}	F_{a1}	F_{at}	Q_a
	部门 n	Z_{n1}	Z_{na}	Z_{nn}	F_{n1}	F_{nt}	Q_n
最初投入	项目 1	P_{11}	P_{1a}	P_{1n}			
	项目 m	P_{m1}	P_{ma}	P_{mn}			
总投入		Q_1	Q_a	Q_n			

注：为了使表格看起来简洁，表中省去了表示未显示数据的省略号，表 2 同。

（2）基准矩阵的定义。在部门拆分任务中，因为第一基础表与目标表的大部分数据相同，所以，将基准表除涉及细分部门 i 、 j 外的其他元素置零，如表 2 所示。用 0 填充第四象限各单元，组成基准矩阵 $X0$ 。

表 2 基准投入产出表结构

Table 2. Benchmark Input-Output Table Structure

		中间使用				最终使用		总产出
		部门 1	细分部门 i	细分部门 j	部门 n	项目 1	项目 t	
	部门 1	0	z_{1i}	z_{1j}	0	0	0	Q_1
中间投入	细分部门 i	z_{i1}	z_{ii}	z_{ij}	z_{in}	f_{i1}	f_{it}	Q_i
	细分部门 j	z_{j1}	z_{ji}	z_{jj}	z_{jn}	f_{j1}	f_{jt}	Q_j
	部门 n	0	z_{ni}	z_{nj}	0	0	0	Q_n
最初投入	项目 1	0	p_{1i}	p_{1j}	0			
	项目 m	0	p_{mi}	p_{mj}	0			
总投入		$Q_1^{'}$	Q_i	Q_j	$Q_n^{'}$			

$$z=\begin{pmatrix}0 & \cdots z_{1i} & z_{1j}\cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ z_{i1}\cdots z_{ii} & & z_{ij} & \cdots z_{in}\\ z_{j1}\cdots z_{ji} & & z_{jj} & \cdots z_{jn}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ 0 & \cdots z_{ni} & z_{nj} & \cdots 0\end{pmatrix},\quad f=\begin{pmatrix}0 & \cdots & 0\\ \vdots & & \vdots\\ f_{i1} & \cdots & f_{it}\\ f_{j1} & \cdots & f_{jt}\\ \vdots & & \vdots\\ 0 & \cdots & 0\end{pmatrix},\quad p=\begin{pmatrix}0\cdots & p_{1i} & p_{1j} & \cdots 0\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ 0\cdots & p_{mi} & p_{mj} & \cdots 0\end{pmatrix} \quad (3)$$

（3）目标矩阵为从基础表和基准矩阵出发经过更新后的矩阵，包含拆分后细分部门数据。根据基础表及其它已知信息估计目标表特定细分部门总产出，即拆分 Q_a 为 Q_i 、 Q_j 。初步的目标矩阵行和向量 $U1$ 与列和向量 $V1$ 为：

$$U1=\left(Z_{1a}\cdots Q_i\ \ Q_j\cdots Z_{na}\ \ P_{1a}\cdots P_{ma}\right)^T \quad (4)$$

$$V1=\left(Z_{a1}\cdots Q_i\ \ Q_j\cdots Z_{an}\ \ F_{a1}\cdots F_{at}\right) \quad (5)$$

其中，$Z_{1a}\cdots Q_i\ \ Q_j\cdots Z_{na}$ 、$P_{1a}\cdots P_{ma}$ 表示目标矩阵各部门总产出、最初投入各项的行和分别减去基础表对应行中已知单元格数据后的值；$Z_{a1}\cdots Q_i\ \ Q_j\cdots Z_{an}$ 、$F_{a1}\cdots F_{at}$ 表示目标矩阵各部门总投入与最终使用各项的列和分别减去基础表对应列中已知单元格数据后的值。

（4）在矩阵 RAS 法适用性调整中，首先，行向上，若基准矩阵第 x 行细分部门产品流量数据 $z_{xi}=z_{xj}=0$，而目标矩阵中相应行和 $Z_x\neq 0$，则对基准矩阵中 z_{xi} 、z_{xj} 按一定方式赋值；列向同理。其次，细分部门内部产品流量的确定。基础表待拆分部门内部产品流量为 Z_{aa}，拆分后在目标表构成各细分部门内部的产品流量，以子矩阵 $\begin{pmatrix}Z_{ii} & Z_{ij}\\ Z_{ji} & Z_{jj}\end{pmatrix}$ 表示，满足条件 $Z_{ii}+Z_{ij}+Z_{ji}+Z_{jj}=Z_{aa}$。对这四个元素，如果有更多的信息，则应依据可靠信息确定，然后当成已知值处理，如果没有进一步信息，则可应用 TRAS 法处理，也可应用基准表对应的比例关系分配 Z_{aa}。

上述步骤将一个特定部门拆分为两个部门，若需要拆分多个部门，可以重复执行基本 S-RAS 法步骤，分多次进行拆分更为精确。虽然从一般化讲，存在需要将一个部门拆分为两个以上部门的可能，基本 S-RAS 法对细分部门数在理论上也没有限制，但是，从解决问题的步骤看，首先将一个部门一分为二，然后再根据需要进一步拆分是最可靠的方法。

4 S-RAS 法在部门拆分中的应用

S-RAS 法是在完成有关课题面临部门拆分需求时提出的，所以，下面以两个部门拆分的例子来说明该方法的应用，其中一个是原课题的应用，一个是对国家统计局最新发布的

2018 年投入产出表的应用，可以检验估计的准确性。

4.1 中国 1992 年投入产出表邮电部门拆分中的应用

国家统计局编制的 1997 年以来的投入产出表均将邮政与电信部门分开，在对应 42 部门表中邮政与交通运输、仓储部门归为一类，电信归入信息传输部门。1992 年表将邮政与电信合并为邮电通讯业一个部门，不满足对信息产业的相关分析需要。下面以 1997 年投入产出表结构为目标表的参照结构，应用 S-RAS 法将 1992 年投入产出表邮电通讯部门拆分为邮政与电信两个细部门。

4.1.1 矩阵预处理

在进行拆分之前首先对 1997 年、1992 年投入产出表进行预处理，以使基准表与目标表结构一致，获取初始基准矩阵。

（1）部门结构调整

1997 年大表有 124 个部门，1992 年大表有 118 个部门，两个表除了邮政电信部门的差别还有其它部门的不同。为了使部门一一对应，通过对比调整，将两个年份除邮政电信外的部门调整使一致，相关部门合并情况如表 3 所示。

表 3 1997 与 1992 年投入产出表部门整合

Table 3. Example of sector integration of input-output tables in 1997 and 1992

1997	1992	新部门
种植业	粮食作物种植业 其他作物种植业	种植业
煤炭采选业	煤炭开采业 煤炭洗选业	煤炭采选业
粮油及饲料加工业	粮油加工业 饲料工业	粮油及饲料加工业
屠宰及肉类蛋类加工业	屠宰及肉类加工业 蛋品乳品加工业	屠宰及肉类蛋类加工业
文化用品制造业 玩具体育娱乐用品制造业 工艺美术品制造业	文教体育艺术用品制造业	文教体育艺术用品制造业

经过合并，1997 年与 1992 年投入产出表均整合为包括邮政、电信的 107 部门，并且使两个年份部门顺序一致。

（2）最终使用矩阵与最初投入矩阵的处理

在统一处理中，还应使两个年份投入产出表的最终使用和最初投入结构分项及排列顺序一致。

在最终使用部分，1992 年进口与出口合并为净出口，所以也把 1997 年的进出口合并为净出口。虽然两表均有误差项或其他项，但两个年份误差项不具有可比性，所以对 1992 年误差项进行分配，这里按照 1992 年邮电通讯业各项最终使用的绝对值比例将误差值分配到最终使用各项，其他部门为减少人为干扰因素，不对误差项进行分配。1992 年与 1997 年最初投入各项在类别与顺序上一致，不需调整。

（3）数据补充

补充行、列控制量的关键在于获取两个细分部门生产总量的比例关系。在国家统计局的年度统计数据中，给出了 1992 年邮政、电信业务总量的资料，分别为 64.36 与 226.57 亿元。1992 年投入产出表中邮电通讯业总产出为 2541499 万元，用业务总量比例分解此总产出，得到邮政、电信两部门总产出分别为 562215.1497 万元和 1979283.85 万元，补充到目标表使得行、列控制量完整。

（4）已知单元格置零，组成基准矩阵

将基准表中间流量矩阵、最终使用矩阵、最初投入矩阵按照投入产出表的格式组成基准矩阵，其中填充第四象限元素数值为零；将基准矩阵除关联特定细分部门外的其他单元格置零，得到 111 行 113 列的基准矩阵 $X0$，1992 年各部门总产出、总投入分别减去细分部门外已知单元格的确定数值，得到初步的目标矩阵行和 $U1$、列和 $V1$。

4.1.2 矩阵 RAS 法适用性调整

根据基本 RAS 法应用的隐含条件，为保证 RAS 法求解顺利，并提高准确性，需要进行一些适用性调整。

（1）1997 年流量为零但 1992 年非零情况的处理

比较 1997 年邮政、电信两个部门和 1992 年邮电通讯部门行列数据，行向上，1997 年有包括种植业在内的 26 个部门的产品流入邮政、电信部门产品均为零，而 1992 年流入邮电通讯部门不为零的情况。由于基本 RAS 法的保零性，这种情况使结果存在误差，为此需要对 1997 年的相应零值进行非零化处理。假定 1997 年某一部门流向邮政与电信部门的产品价值总满足式（7）：

$$\frac{z_{ri}+z_{rj}}{q_i+q_j}=\frac{Z_{ru}}{Q_u}=r_u \tag{7}$$

其中，z_{ri}、z_{rj} 分别表示 1997 年第 r 行部门流入邮政、电信部门的产品价值，q_i、q_j 分别表示邮政、电信部门的总投入。Z_{ru} 表示 1992 年第 r 行部门流入邮电通讯业的产品价值，Q_u 表示邮电通讯业的总投入。同时要求 1997 年的 z_{ri}、z_{rj} 满足式（8）。

$$\frac{z_{ri}}{z_{rj}}=\frac{Q_i}{Q_j} \tag{8}$$

其中，Q_i、Q_j 分别表示 1992 年邮政、电信部门总产出，由式（7）和式（8）可解得：

$$z_{ri}=\frac{r_u\left(q_i+q_j\right)Q_i}{Q_i+Q_j},\quad z_{rj}=\frac{r_u\left(q_i+q_j\right)Q_j}{Q_i+Q_j} \tag{9}$$

在最终使用部分，列向上，1997 年邮政、电信部门存货增加均为 0，1992 年邮电通讯业存货增加非零，参考 2017 年和 2018 年等邮政、电信部门划分完全的投入产出表，邮政产品既用于固定资本形成又用于存货增加，而电信的这两项依然是 0，所以将 1992 年存货增加均加到邮政部门。至此目标表邮政、电信部门存货增加数值确定，将基准矩阵中两部门存货增加对应单元格置零，并在目标矩阵的行、列控制量中减去存货增加的确定数值，不参与

基本 RAS 法求解过程。

（2）满足 RAS 法非零要求的处理

由于 RAS 法计算过程要求目标矩阵行和、列和各元素数值不为零，所以对 1992 年行和、列和为零的单元格进行赋值，考虑到部门间比例问题，并尽可能减少误差，将 1997 年包括畜牧业在内的 16 个部门行和单元格数值由 0 变为 10^{-9}，社会总消费、固定资本形成、存货增加所在列和单元格数值也由 0 变为 10^{-9}。

同时基准矩阵各行各列元素不能均为零，行向上，对 1997 年流入邮政、电信产品量均为 0 的部门赋值，将包括畜牧业在内的 15 个部门流入邮政、电信部门产品价值由 0 变为 10^{-9}；列向上，将邮政、电信部门流入废品与废料部门、以及用于社会总消费、固定资本形成与存货增加的产品价值由 0 变为 10^{-9}，数值足够小从而不影响部门间比例关系。

（3）邮政、电信部门内部产品流向的确定

1992 年在邮电通讯业内部的产品流量为 356，现需确定邮政、电信部门内部产品交流。今根据 1997 年邮政、电信部门内部产品流向组成的子矩阵$\begin{pmatrix} 0 & 98 \\ 10030 & 0 \end{pmatrix}$各元素的比例关系，得到 1992 年相应子矩阵$\begin{pmatrix} 0 & 3.45 \\ 352.55 & 0 \end{pmatrix}$。最后此子矩阵各元素数值在基准矩阵中当成确定值处理，相应调整基准矩阵与目标矩阵行、列控制量。

4.1.3 利用基本 RAS 法进行更新计算与新表形成

基于调整后的基准矩阵$X0$，目标矩阵行和$U1$、列和$V1$，进行基本 RAS 法调整，得到更新后的目标矩阵；将目标矩阵中间流量、最终使用、最初投入三部分数值嵌入到目标表框架中，对邮政、电信部门相关数据取整，然后将 1992 年其它部门数据与细分部门已知值填入目标表，得到完整的投入产出表。

通过计算验证，1992 年邮政与电信部门分离后的投入产出表符合平衡要求，与已知信息约束保持一致。相比将投入产出表分为中间流量矩阵、最终使用矩阵与最初投入矩阵三部分分别进行 RAS 法调整，需要额外对拆分的细部门最初投入总额与最终使用总额人为设定，S-RAS 法需要人为设定的数值更少，减小了系统误差。

4.2 S-RAS 法在中国 2018 年投入产出表纺织业拆分中的应用

为了评估 S-RAS 法在投入产出表拆分中的准确程度，本节对 2018 年分类结果已知的投入产出表进行拆分测试，并与传统按比例拆分法结果进行准确度对比。

4.2.1 利用 S-RAS 法对 2018 年表纺织业的拆分

拆分任务是将由纺织品与纺织服装鞋帽皮革羽绒及其制品合并而成的纺织业用 S-RAS 法重新拆分为纺织品与纺织服装鞋帽皮革羽绒及其制品两个部门。在操作中，以 2017 年投入产出表为基准表，目标表的结构应与基准表一致。

（1）矩阵预处理

2017 年与 2018 年投入产出表在部门分类上基本一致，为了考察数量级大的投入产出表在拆分时 S-RAS 法的可行性，对两个投入产出表部门划分进行处理。首先将两个表处理成为顺序一致的 42 个部门表，存储备用；然后将 2018 年纺织品与纺织服装鞋帽皮革羽绒及其制品两个部门合并为纺织业一个部门，并获得 S-RAS 法需要的行和、列和数据。

在最终使用部分，将 2017、2018 年进口与出口合并为净出口。将基准表中间流量矩阵、

最终使用矩阵、最初投入矩阵按照投入产出表的格式组成基准矩阵，其中填充第四象限元素数值为零；将基准矩阵除关联特定细部门外的其他单元格置零，得到46行48列的基准矩阵$X0$，2018年表各部门总产出、总投入分别减去细分部门外已知单元格的确定数值，得到初步的目标矩阵行和$U1$、列和$V1$。

（2）适用性调整

针对RAS法保零性引起的系统误差，对比发现不存在2017年某部门与纺织业间流量为零但2018年非零情况，不需要赋值处理。根据非零要求，行向上，将石油和天然气开采产品与金属矿采选产品两部门流入纺织品与纺织服装鞋帽皮革羽绒及其制品部门产品价值由0变为10^{-9}；列向上，将纺织品与纺织服装鞋帽皮革羽绒及其制品部门流入政府消费支出和固定资本形成总额的产品价值由0变为10^{-9}。目标矩阵行和、列和各元素数值均不为零。

2018年在纺织业内部的中间流量为334855057.8亿元。根据2017年两细分部门产品流向组成的子矩阵$\begin{pmatrix}142026362 & 132874502\\ 2045669.9 & 52273455\end{pmatrix}$各元素的比例关系，得到2018年相应子矩阵$\begin{pmatrix}144457345 & 135148839\\ 2080684.4 & 53168189\end{pmatrix}$。然后将此子矩阵各元素数值在基准矩阵中当成确定值处理，变为0，相应调整基准矩阵与目标矩阵行、列控制量。

（3）基于调整后的基准矩阵$X0$，目标矩阵行和$U1$、列和$V1$，进行基本RAS法调整，得到更新后的目标矩阵；将目标矩阵中纺织品与纺织服装鞋帽皮革羽绒及其制品相关部门数据代入2018年42部门表中，得到完整的2018年目标投入产出表。

4.2.2 误差分析

对于RAS法的误差，有不少人做过评估，但从理论说，这种投入产出表修订法对误差没有严格控制力，只是达到了所谓最小交叉熵最小[15]，在熵的意义上与基准矩阵更为接近。如果基准表与目标表非常相似，比如二者是相邻年份，那么，比例分解可能比RAS法的准确性更高。为了验证这种想法，对上面的2018年纺织业部门拆分问题计算比较两种方法的误差。

（1）利用传统比例法拆分2018年纺织业

所谓传统比例法拆分就是把目标表合成部门相关的行列数据按照基准表两个细分部门的对应比例进行拆分。在S-RAS法拆分数据预处理的基础上，对2017年表从行、列两个方向上求得两细分部门占两者之和的比例，利用此比例将2018年纺织业部门的流量进行分配。2018年在纺织业内部的产品流量沿用前面S-RAS法中的处理方法分解。

获得行、列两个方向上纺织品与纺织服装鞋帽皮革羽绒及其制品两个部门的产品流量，代入2018年42部门投入产出表，获得利用传统比例法拆分的目标投入产出表。

（2）误差对比

检验更新法的误差情况通常是将更新法所得矩阵与真实表中对应矩阵的差进行综合，或者求差矩阵的元素绝对值的平均值，或者求均方误差。如果是全表更新，需要针对全表矩阵的所有元素计算，而部门拆分只涉及部分元素。对n个生产部门、六项最终使用、四项最初投入的全表矩阵和一分为二的拆分任务，部门拆分涉及$4(n+4)$个元素，因而误差分析只计算这些元素的平均误差。

根据对2018年投入产出表纺织业拆分结果，比例法拆分的综合均方误差是1018859.28，S-RAS法是1391033.71，前者显著小于后者。当然，这里的误差计算是一种黑箱操作，完全没有考虑到国家统计局在编制两个年份的投入产出表时是否做了某种相互参照。

5 结论

基本 RAS 法及其改进的关键是充分应用已知信息，提高目标表估计的准确性。S-RAS 法将用于中间流量矩阵更新的 RAS 法扩展至全表矩阵，并考虑了作为经济数据的意义要求和进行数学运算的规则要求，这种方法提高了 RAS 法用于投入产出表更新的能力，并兼容传统的改进 RAS 法。在实现部门拆分任务中，对目标表仅需已知分部门总产出，不要求获取细分部门最初投入总额与最终使用总额，降低了统计误差风险。S-RAS 法第二步的适用性调整补充了对 RAS 法应用中隐含条件的必要处理工作，提高了 RAS 法更新结果的合理性水平。

参考文献：

[1] Ireland C T, Kullback S. Contingency Tables with Given Marginals[J]. Biometrika, 1968, 55(1): 179-188.

[2] Lahr M, Mesnard L D. Biproportional Techniques in Input-Output Analysis: Table Updating and Structural Analysis[J]. Economic Systems Research, 2004, 16(2): 115-134.

[3] Toh M H. The RAS Approach in Updating Input-output Matrices: An Instrumental Variable Interpretation and Analysis of Structural Change[J]. Economic Systems Research, 1998, 10(1): 63-79.

[4] 刘新建, 刘海啸, 房俊峰. 高等数量经济学[M]. 北京: 科学出版社, 2018: 64-69.

(Liu X J, Liu H X, Fang J F. Higher Quantitative Economics[M]. Beijing: Science Press, 2018: 64-69.)

[5] Paelinck J, Waelbroeck J. Etude Empirique Sur L'évolution Des Coefficients Input-output[J]. JORBEL-Belgian Journal of Operations Research, Statistics, and Computer Science, 1963, 4(1): 3-12.

[6] Gilchrist D A, St Louis L V. Completing Input-output Tables Using Partial Information: with an Application to Canadian Data[J]. Economic Systems Research, 1999, 11(2): 185-193.

[7] Oosterhaven J. GRAS Versus Minimizing Absolute and Squared Differences: a Comment[J]. Economic Systems Research, 2005, 17(3): 327-331.

[8] 陈荣虎. GRAS 与较短平方距离结合的社会核算矩阵更新方法[J]. 统计与决策, 2012(10): 70-72.

(Chen R H. A Social Accounting Matrix Update Method Combining GRAS and Shorter Squared Distance[J]. Statistics & Decision, 2012(10): 70-72.)

[9] Temursho U, Oosterhaven J, Cardenete M A. A multi-regional Generalized RAS Updating Technique[J]. Spatial Economic Analysis, 2020(2): 1-16.

[10] Lenzen M, Gallego B, Wood R. Matrix Balancing under Conflicting Information[J]. Economic Systems Research, 2009, 21(1): 23-44.

[11] 周南南, 李宝瑜. 资金流量矩阵表预测中的 DRAS 法研究[J]. 统计与信息论坛, 2013, 28(07): 15-21.

(Zhou N N, Li B Y. Research on DRAS Method in Prediction of Fund Flow Matrix Table[J]. Statistics & Information Forum, 2013, 28(07): 15-21.)

[12] Holý V, Šafr K. Disaggregating Input-output Tables by the Multidimensional RAS Method[J]. arXiv preprint arXiv: 1704. 07814, 2017.

[13] Lahr M L , Mesnard L D. Biproportional Techniques in Input-Output Analysis: Table Updating and Structural Analysis[J]. Economic Systems Research, 2004, 16: 115-134.

[14] Mesnard L, Miller R E. A Note on Added Information in the RAS Procedure: Reexamination of Some Evidence[J]. Journal of Regional Science, 2006, 46(3): 517-528.
[15] 陈锡康, 杨翠红. 投入产出技术[M]. 北京: 科学出版社, 2011: 107-113,117.
(Chen X K, Yang C H. Input-output Analysis. Beijing: Science Press, 2011: 107-113,117.)